**MATEMÀTIQUES**

Aina Somovilla

3er ESO B

Matemàtiques

Enric Martinell

**Aproximació de PI pel mètode d’Arquímedes**

El mètode que reproduïm aquí és el que va utilitzar Arquímedes i consistia en circumscriure i inscriure polígons regulars de n-costats en circumferències i calcular el perímetre dels polígons (mètode de exhausió).

Arquímedes va començar amb hexàgons i després va anar duplicant el nombre de costats fins arribar a construir un polígon de 96 costats.

Nosaltres utilitzarem el geogebra per aconseguir trobar un nombre aproximat de pi fixant-nos amb el mètode

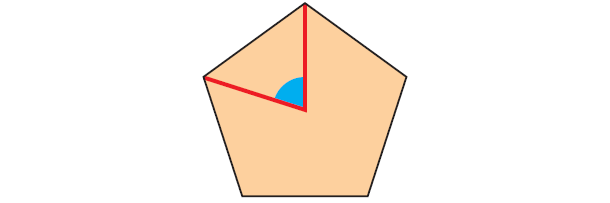
d’Arquímedes

**Què hauríem de saber?**

Un **polígon inscrit** en una circumferència és un polígon que té tots els vèrtexs situats a la circumferència. Un **polígon circumscrit** en una circumferència tots els seus costats són tangents a la circumferència.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| **Polígoin inscrit** | **Polígon circumscrit** |

L'angle format per dos radis consecutius d'un polígon regular l'anomenem **angle central** del polígon.



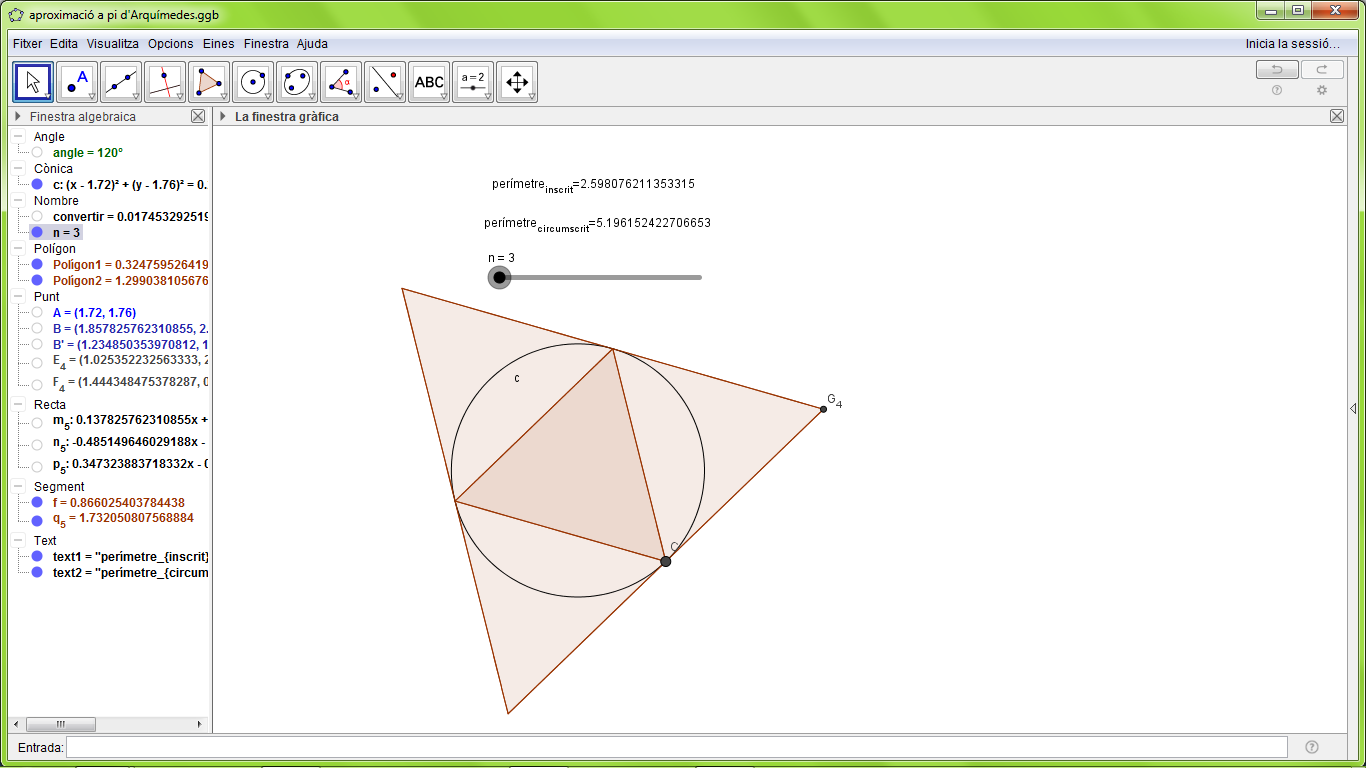
**Completa la taula**

|  |  |
| --- | --- |
| Nombre de costats del polígon inscrit | Angle central |
| 3 costats | 360º / 3 costats = 120º |
| 4 costats | 360º / 4 costats = 90º |
| 5 costats | 360º / 5 costats = 72º |
| 6 costats | 360º / 6 costats = 60º |
| 7 costats | 360º / 7 costats = 51,42º |
| … |  |
| N costats | 360º / N costats = Yº |

patró: 360º / N costats = Yº

**Construcció en Geogebra**

Video tutorial: <http://matematiques.annaravell.cat/pi.html>



**Anàlisi de les dades**

**Defineix l’error absolut d’una aproximació.**

L’error absolut d’una aproximació és el valor absolut de la diferència entre el valor exacte del nombre i el valor aproximat.

**Defineix l’error relatiu?**

L’error relatiu és el quocient entre l’error absolut i el valor absolut de valor exacte.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Aproximació utilitzant polígon inscrit** | | | |
| **costats** | **Perímetre** | **Valor exacte de pi** | **Error Absolut** | **Error Relatiu** |
| **3** | 2.598 | 3.141 | 0.543 | 0.173 |
| **4** | 2.828 | 3.141 | 0.313 | 0.100 |
| **5** | 2.938 | 3.141 | 0.203 | 0.065 |
| **6** | 3 | 3.141 | 0.141 | 0.045 |
| **20** | 3.128 | 3.141 | 0.013 | 0.004 |
| **40** | 3.138 | 3.141 | 0.003 | 0.001 |
| **60** | 3.14 | 3.141 | 0.001 | 0.000 |
| **80** | 3.14 | 3.141 | 0.001 | 0.000 |
| **100** | 3.141 | 3.141 | 0.000 | 0.000 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Aproximació utilitzant polígon circumscrit** | | | |
| **costats** | **Perímetre** | **valor exacte de pi** | **Error Absolut** | **Error Relatiu** |
| **3** | 5.196 | 3.141 | 2.055 | 0.654 |
| **4** | 3.999 | 3.141 | 0.858 | 0.273 |
| **5** | 3.632 | 3.141 | 0.491 | 0.156 |
| **6** | 3.464 | 3.141 | 0.323 | 0.103 |
| **20** | 3.167 | 3.141 | 0.026 | 0.008 |
| **40** | 3.148 | 3.141 | 0.007 | 0.002 |
| **60** | 3.144 | 3.141 | 0.003 | 0.001 |
| **80** | 3.143 | 3.141 | 0.002 | 0.001 |
| **100** | 3.142 | 3.141 | 0.001 | 0.000 |

|  |  |
| --- | --- |
| costats | Interval que conte pi |
| 3 | [2.598 – 5.196] |
| 4 | [2.828 – 3.999] |
| 5 | [2.938 – 3.632] |
| 6 | [3 – 3.464] |

|  |  |
| --- | --- |
| costats | Interval que conte pi |
| 20 | [3.128 – 3.167] |
| 40 | [3.138 – 3.148] |
| 60 | [3.14 – 3.144] |
| 80 | [3.14 – 3.143] |
| 100 | [3.141 – 3.142] |

**Aproximació més bona**

L’aproximació més bona és la que fa servir els polígons inscrits. És aquesta perquè si ens fixem en l’error absolut de cada polígon, de més o menys costats, veurem que l’error absolut del polígon inscrit és sempre menor al del polígon circumscrit. Per lo tant el polígon inscrit s’aproxima més a pi.

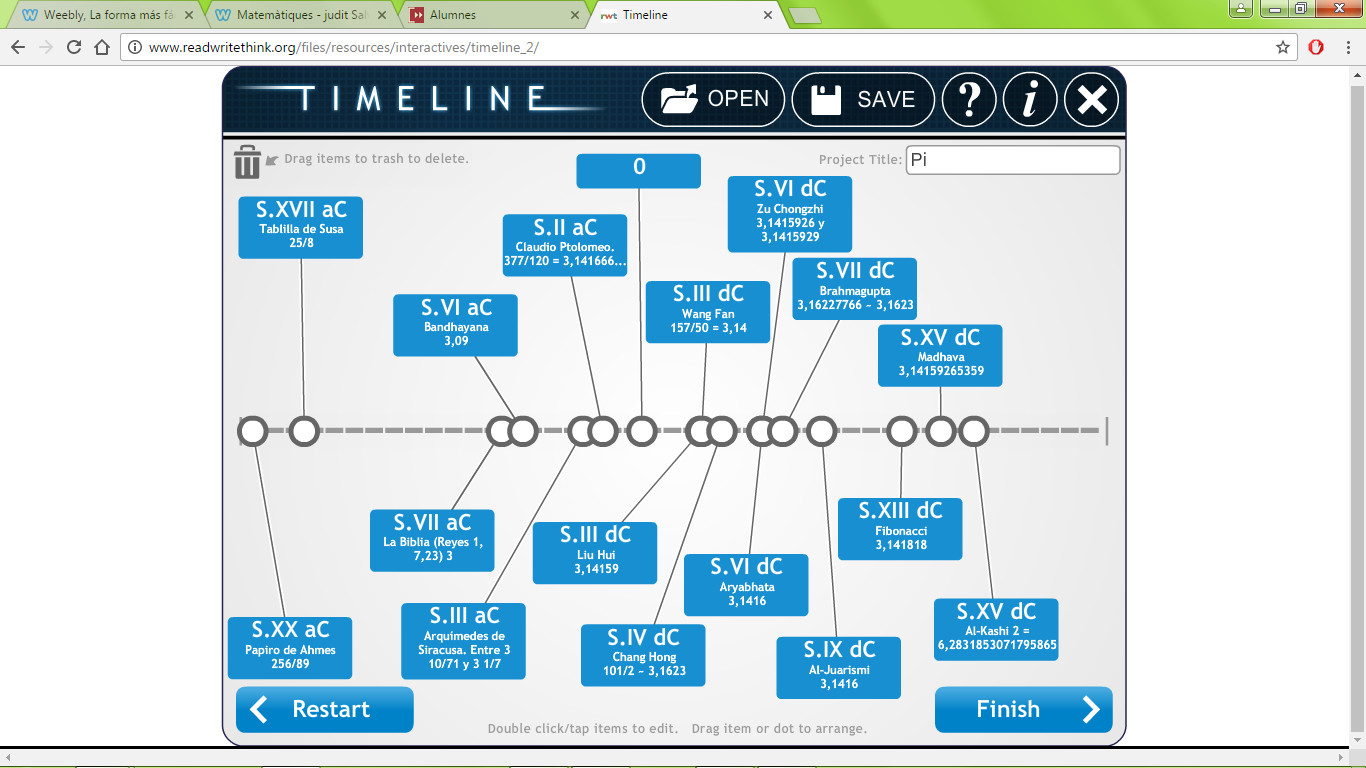
**Evolució de l’aproximació**

Cada vegada que augmentem el número de costes del polígon veiem que la suma de la longitud de tots els costats d’aquest polígon s’aproxima més a la circumferència. Per lo tant el marge d’error absolut va disminuint a mesura que la quantitat de costats augmenta.

**Evolució de l’error relatiu**

A mesura que augmentem el número de costats del polígon l’error relatiu disminueix. Perquè, el perímetre del polígon, cada vegada s’aproxima més a pi.

**El nombre pi al llarg de la història**

Eix cronològic.

**Que és el número pi?**

El número pi és el resultat de dividir la longitud d’una circumferència per el seu diàmetre. No varia segons el tamany de la circumferència.

**Quin tipus de nombre és?**

El número pi és un [nombre irracional](https://ca.wikipedia.org/wiki/Nombre_irracional). És decimal i aperiòdic. No pot ser representat en una fracció de dos números enters. En el 2011 s’havien calculat 10 000 000 000 000 xifres decimals del nombre pi.

**Referències**

<http://matematicaseducativas.blogspot.com.es/2011/03/arquimedes-y-el-numero.html>

<http://centros5.pntic.mec.es/ies.de.bullas/dp/matema/conocer/arquimedes.htm>

<http://blocs.xtec.cat/historiamatematica/2008/11/21/problema-48-del-papir-rhind/>

<http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_%CF%80>

<http://www.microsiervos.com/archivo/ciencia/belleza-numero-pi.html>

<http://mkweb.bcgsc.ca/pi/art/>

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Ítem** |  | **Nivell1** |  | **Nivell2** |  | **Nivell3** | **Nivell4** |
|  | Explicació mètode |  | No reprodueix ni  tan sols l’explicació del/de la professor/a. O copia directament informació internet |  | Reprodueix  l’explicació del/de  la professor/a |  | Ho explica utilitzant  dades pròpies i fa un ús del llenguatge adient | Bona presentació i  ampliació de les explicacions de classe |
|  | |
|  | |
|  | |  |
|  | Geogebra |  | No l’entrega o el  que entrega no funciona correctament |  | Necessita molta  ajuda del professor per entregar l’arxiu correctament |  | Funciona  correctament | Funciona  correctament i en personalitza favorablement l’aspecte |
|  | |
|  | |
|  | |  | |
|  | Càlcul dels errors |  | No els sap fer |  | Entén el que ha de  fer però no ho sap calcular amb el full de càlcul |  | Fa bé els càlculs i  alguna explicació productiva sobre les dades | Fa bé els càlculs,  els sap interpretar i fins i tot treu  alguna conclusió o fins i tot fa algun gràfic |
|  | |  | |
|  | |  | |
|  | Línia de temps |  | Insereix menys de  4 aproximacions. |  | Insereix 6 aproximacions indicant el valor i l’època |  | Insereix fins a 6 valors de pi. Explicant valor, detall, algun detall, importància | Insereix més de 6 aproximacions Conté informació valor, data, detalls, autor.  Distribució al llarg de la línia de temps a escala.  Cuida presentació |
|  | |
|  | |
|  | |
|  | |